EXERCICE 4.1 - CAEN 1999.

1. Construire un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm

2. Construire le point M, image du point B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

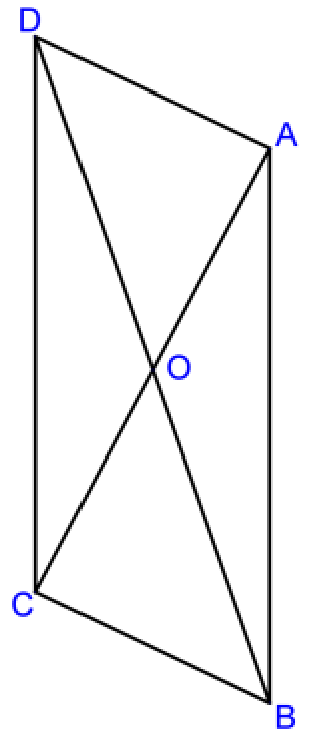
3. Quelle est la nature du quadrilatère ABMC ? Justifier.

4. a. Construire le point N tel que $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

b. Montrer que le triangle ANB est équilatéral.

EXERCICE 4.2 - LYON 2002.

Les constructions demandées dans cet exercice sont à réaliser sur la figure ci-après.
Laisser les traces de construction visibles.



Sur cette figure, on a représenté un parallélogramme ABCD de centre O. Les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires.

1. Tracer le cercle qui contient les trois points O, B et C. Justifier la position de son centre I.

2. Placer les points M et P tels que :

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$

3. Utilisation d'une transformation.

a. Par quelle transformation a-t-on à la fois : O a pour image C et B a pour image M ?

b. Montrer que, par cette transformation, le point D a pour image le point P.

c. Montrer que les point P, C, M sont alignés.

EXERCICE 4.3 - AMERIQUE DU NORD 2002.

Tracer un carré RIEN de côté 5 cm.

1. Construire le point P, image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{RE}$.

2. Sans utiliser d'autres points que ceux de la figure, recopier et compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EI} = \ldots\ldots$ $\qquad$ $\overrightarrow{NR} + \overrightarrow{IP} = \ldots\ldots$ $\qquad$ $\overrightarrow{NR} + \overrightarrow{RI} = \ldots\ldots$

EXERCICE 4.4 - AMERIQUE DU NORD 2002.

Soit [IJ] un segment et M un point du cercle de diamètre [IJ]. Faire une figure.

1. Que dire de l'angle $\widehat{IMJ}$? Justifier.

2. Construire le point K tel que $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{IM}$.

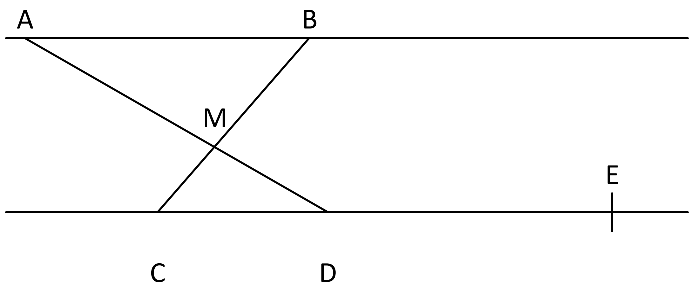
3. Construire le point L tel que $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{JK}$.

4. Déterminer la nature du quadrilatère IJKL.

EXERCICE 4.5 - ANTILLES 2001.

Sur la figure ci-dessous, (AB) est parallèle à (CD) et les longueurs en centimètres sont :

MA = 5 MB = 3,75 MC = 3 CD = 6 DE = 7,5

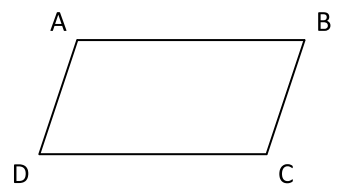


1. Calculer MD et AB.

2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont égaux. En déduire que les droites (AD) et (BE) sont parallèles.

EXERCICE 4.6 - REIMS 2001.

ABCD est un parallélogramme donné.



1. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}$ puis le point F, image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

2. Quelle est la nature du quadrilatère DCFE ? Justifier la réponse.

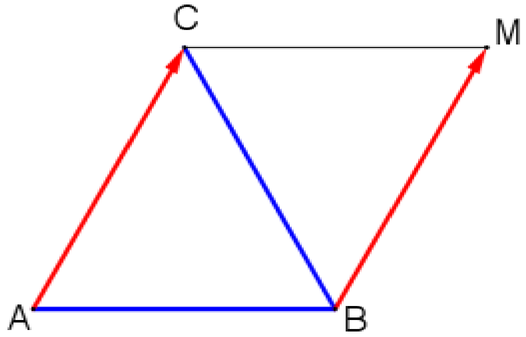
3. Construire le point H tel que $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CH}$.

4. Montrer que le point C est le point commun des trois segments [AF], [BE] et [DH].

CORRIGE – M. QUET

EXERCICE 4.1 - CAEN 1999.

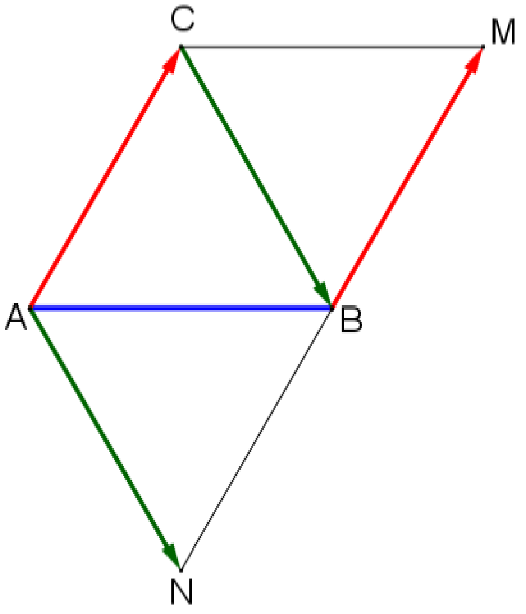
1. Construire un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm
2. Construire le point M, image du point B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.



3. Quelle est la nature du quadrilatère ABMC ? Justifier.

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}$ donc ABMC est un parallélogramme.

4. a. Construire le point N tel que $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.



b. Montrer que le triangle ANB est équilatéral.

$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AN}$ donc ACBN est un parallélogramme.

→ainsi : AC = BN et BC = AN.

Or ABC est un triangle équilatéral, donc :

AB = AC = BC

En recoupant ces informations :

AB = BN = AN

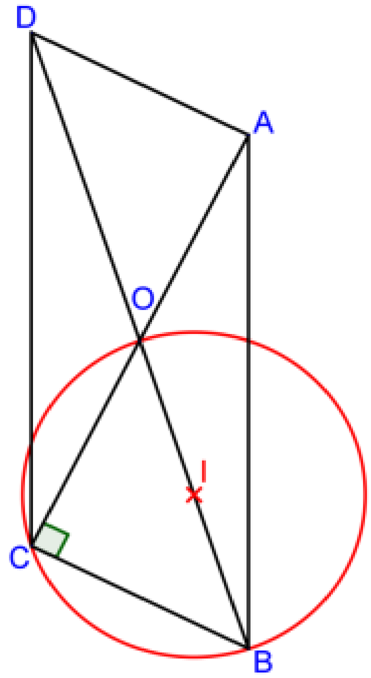
Donc ABN est un triangle équilatéral.

EXERCICE 4.2 - LYON 2002.

Les constructions demandées dans cet exercice sont à réaliser sur la figure ci-après.
Laisser les traces de construction visibles.

Sur cette figure, on a représenté un parallélogramme ABCD de centre O. Les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires.

1. Tracer le cercle qui contient les trois points O, B et C. Justifier la position de son centre I.

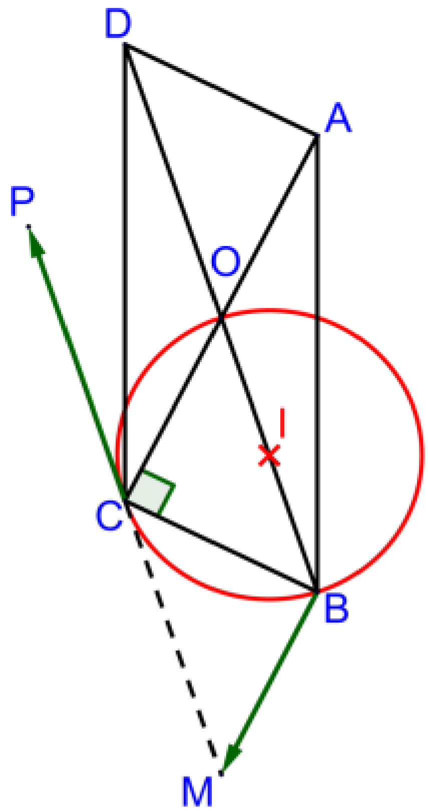


On sait que le triangle OBC est rectangle en C.
Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit.

Donc I est le milieu de $[OB]$.

2. Placer les points M et P tels que :

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$



3. Utilisation d'une transformation.

a. Par quelle transformation a-t-on à la fois : O a pour image C et B a pour image M ?

La relation $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ implique que le quadrilatère OBMC est un parallélogramme.

Ainsi $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BM}$.

La transformation cherchée est une translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

b. Montrer que, par cette transformation, le point D a pour image le point P.

L'image d'une droite par une translation est une droite parallèle.

Donc l'image de la droite (OB) est la droite (CM).

De plus : DO = OB = CP

Le quadrilatère DOCP possède deux côtés parallèles et de même longueur : DOCP est un parallélogramme, et $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DP}$: on reconnait translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

d. Montrer que les point P, C, M sont alignés.

DOCP , OBMC et ABCD sont 3 parallélogrammes,

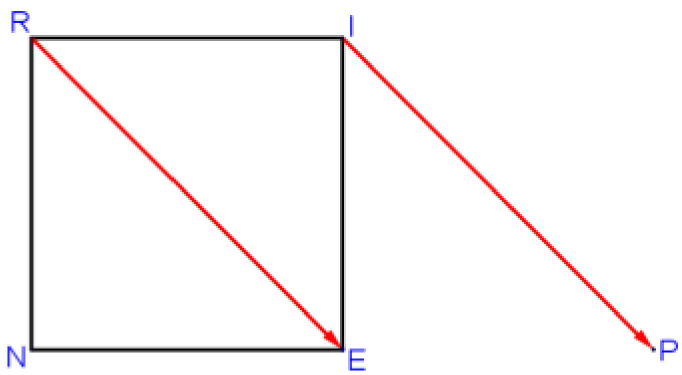
donc : $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{PC}$

Ainsi les points C, M et P sont alignés.

EXERCICE 4.3 - AMERIQUE DU NORD 2002.

Tracer un carré RIEN de côté 5 cm.

1. Construire le point P, image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{RE}$.

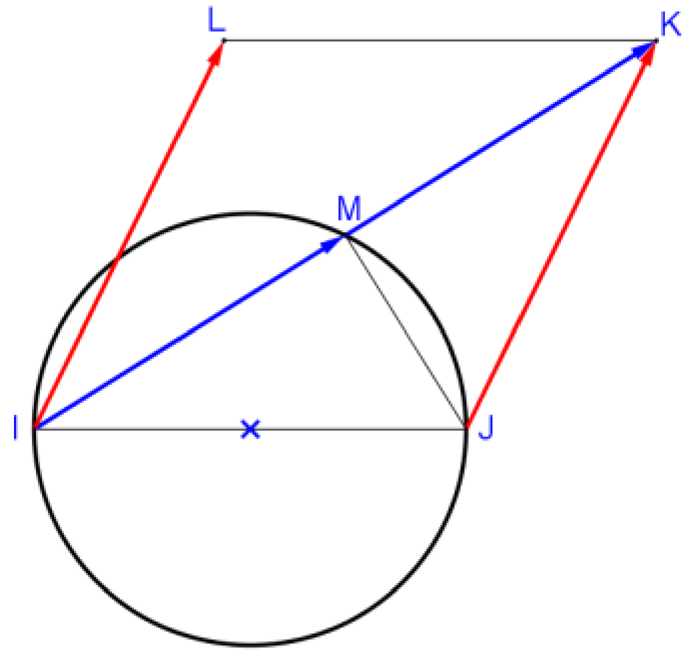


2. Sans utiliser d'autres points que ceux de la figure, recopier et compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EI} = \overrightarrow{RI}$ $\overrightarrow{NR} + \overrightarrow{IP} = \overrightarrow{NE}$ $\overrightarrow{NR} + \overrightarrow{RI} = \overrightarrow{NI}$

EXERCICE 4.4 - AMERIQUE DU NORD 2002.

Soit [IJ] un segment et M un point du cercle de diamètre [IJ]. Faire une figure.



1. Que dire de l'angle $\widehat{IMJ}$? Justifier.

Les points I, J, M sont sur un cercle de diamètre [IJ].

Si trois points sont sur un cercle et si deux de ces points sont les extrémités d'un diamètre de ce cercle, ce triangle est rectangle et ce diamètre est son hypoténuse.

Donc le triangle IJM est rectangle en M.

2. Construire le point K tel que $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{IM}$.

3. Construire le point L tel que $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{JK}$.

4. Déterminer la nature du quadrilatère IJKL.

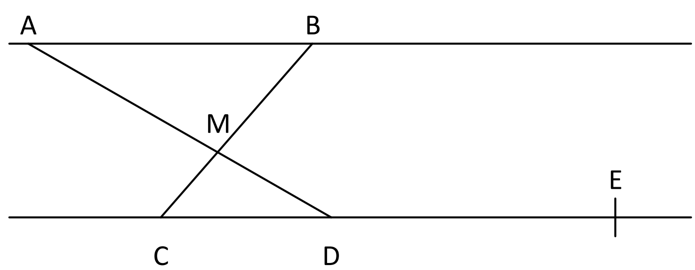
Par construction, M est le milieu de la diagonale [IK] du quadrilatère IJKL.

Par construction : $\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{JK}$ donc le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

EXERCICE 4.5 - ANTILLES 2001.

Sur la figure ci-dessous, (AB) est parallèle à (CD) et les longueurs en centimètres sont :

MA = 5 MB = 3,75 MC = 3 CD = 6 DE = 7,5



1. Calculer MD et AB.

Les droites (BC) et (AD) se coupent en M et $(AB)//(CD)$. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{MD}{MA} = \frac{MC}{MB} = \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{MD}{5}=\frac{3}{3{,}75}=\frac{6}{AB}$$

→ $MD\times 3{,}75=3\times 5$ → $MD=\frac{3\times 5}{3{,}75}=4\text{ cm}$

→ $3\times AB=6\times 3{,}75$ → $AB=\frac{6\times 3{,}75}{3}=7{,}5\text{ cm}$

2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont égaux. En déduire que les droites (AD) et (BE) sont parallèles.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont de même longueur et les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont égaux.

$$\frac{CM}{CB}=\frac{3}{3+3{,}75}=\frac{3}{6{,}75}=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}$$

$$\frac{CD}{CE}=\frac{6}{6+7{,}5}=\frac{6}{13{,}5}=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}$$

Donc $\frac{CD}{CE}=\frac{CM}{CB}$ et les points C, M, B et C, D, E sont alignés dans le même ordre.

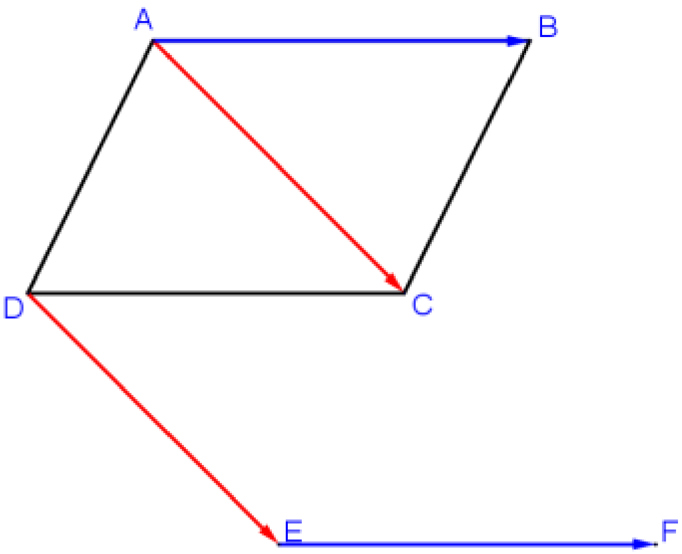
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MD) et (BE) sont parallèles.

Ainsi les droites (AD) et (BE) sont parallèles.

EXERCICE 4.6 - REIMS 2001.

ABCD est un parallélogramme donné.

1. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AC}$ = $\overrightarrow{DE}$ puis le point F, image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$



2. Quelle est la nature du quadrilatère DCFE ? Justifier la réponse.

On sait que ABCD est un parallélogramme donc :

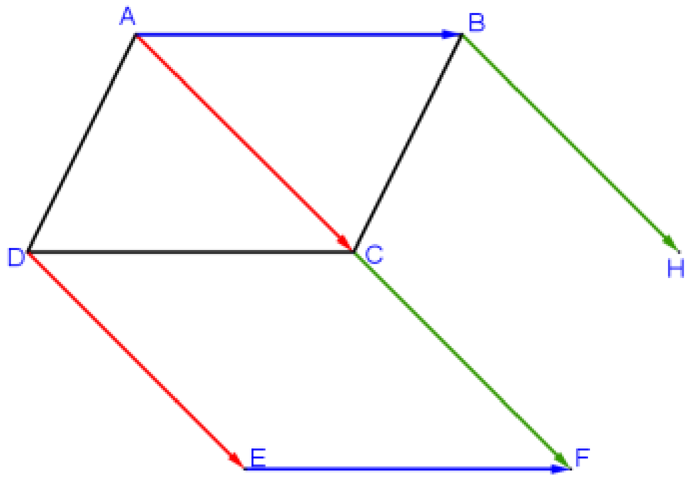
$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$$

Or $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}$

Donc $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DC}$

Le quadrilatère DCFE est un parallélogramme

3. Construire le point H tel que $\overrightarrow{CB}$ + $\overrightarrow{CF}$ = $\overrightarrow{CH}$.



4. Montrer que le point C est le point commun des trois segments [AF], [BE] et [DH].

On sait que $\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{CF}$ donc le quadrilatère BCFH est un parallélogramme, donc :

$$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{HF}$$

Les 4 parallélogrammes ABCD, ACED, DCFE et BCFH impliquent que :

$$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{HF}$$

Et $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CH}$

Ainsi C est le point commun des trois segments [AF], [BE] et [DH].