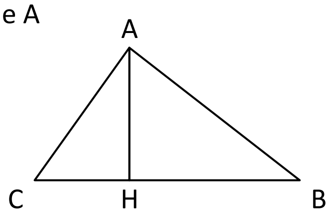
EXERCICE 1 - d'après RENNES 2000.

Dans le triangle ABC (croquis ci-contre), on donne :

- ➔ [AH] hauteur issue de A
- ➔ AH = 5 cm
- ➔ AB = 8 cm
- ➔ $\widehat{ACH}$ = 51°



On ne demande pas de refaire la figure.

1. a. Déterminer la valeur, arrondie au dixième de degré, de l'angle $\widehat{HAB}$.

b. En déduire l'angle $\widehat{HBA}$.

c. Le triangle ABC est-il rectangle en A ?

2. Calculer la valeur arrondie au millimètre prés de la longueur du segment [HB].

EXERCICE 2- d'après POLYNESIE 2000.

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

AC = 5 cm et l'angle $\widehat{ACB}$ = 40°.

1. Faire la figure en vraie grandeur.

2. Calculer BC ; on donnera la valeur arrondie au mm.

3. a. Tracer la hauteur issue de A : elle coupe [BC] en H.

b. Calculer la valeur de l'angle $\widehat{HAC}$.

c. Calculer AH et en donner la valeur arrondie au mm.

4. Calculer l'aire du triangle ABC.

EXERCICE 3 – d'après AMIENS 1999.

Soit [IJ] un segment de longueur 8 cm.

Sur le cercle (C) de diamètre [IJ], on considère un point K tel que IK = 3,5 cm.

1. Faire la figure.

2. Démontrer que le triangle IJK est rectangle.

3. Calculer JK (on donnera le résultat arrondi au mm).

4. Calculer à un degré prés la mesure de l'angle $\widehat{KIJ}$

EXERCICE 4 - d'après POLYNESIE 1999.

L'unité de longueur est le mètre.

Un triangle isocèle SAB est tel que SA = SB = 6 et AB = 8.

1. Construire ce triangle à l'échelle $\frac{1}{100}$.

2. Tracer la hauteur qui passe par le sommet S.

Cette hauteur coupe le côté [AB] au point I.

a. Expliquer pourquoi IA = 4.

b. Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{IAS}$.

c. En déduire la valeur, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{IAS}$.

EXERCICE 5 - d'après LILLE 1999.

On appelle (C) le cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que : AB = 8 cm.

M est un point du cercle tel que : $\widehat{BAM}$ = 40°.

1. Faire la figure en vraie grandeur.

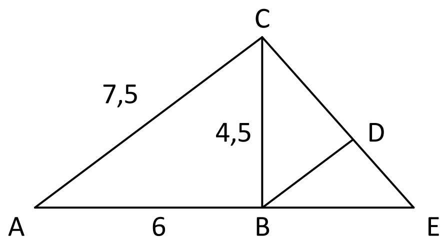
2. Quelle est la nature du triangle BAM ? Justifier.

3. Calculer la longueur AM arrondie à 0,1 cm prés.

EXERCICE 6 - d'après ASIE 2000.

On considère la figure ci-dessous :

On donne AB = 6 cm ; AC = 7,5 cm ; BC = 4,5 cm.



Sur le schéma, les dimensions ne sont pas respectées.

E est le point de [AB] tel que AE = 10 cm.

La parallèle à (AC) passant par B coupe (CE) en D.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

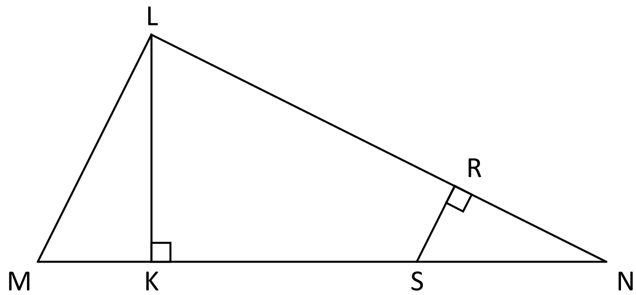
2. a. Calculer CE et en donner la valeur arrondie au mm.

b. En déduire la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BCE}$.

3. Déterminer la mesure du segment [BD].

EXERCICE 7 - d'après AMERIQUE DU NORD 2001.

On considère la figure ci-dessous :



On donne MN = 8 cm ; ML = 4,8 cm ; LN = 6,4 cm.

On ne demande pas de refaire la figure sur la copie.

1. Démontrer que le triangle LMN est rectangle.

2. Calculer la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{LMN}$.

3. Soit K le pied de la hauteur issue de L. Montrer que LK = 3,84 cm.

4. Soit S le point de [MN] tel que NS = 2 cm.

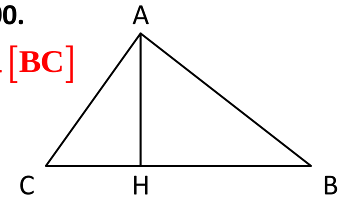
La perpendiculaire à (LN) passant par S coupe [LN] en R.

a. Expliquer pourquoi les droites (RS) et (LM) sont parallèles.

b. Calculer RS.

CORRIGE – M. QUET

EXERCICE 1 - d'après RENNES 2000.



Dans le triangle ABC : $[AH] \perp [BC]$

AH = 5 cm ; AB = 8 cm ;

$\widehat{ACH} = 51°$

1. a. Calcul de l'angle $\widehat{HAB}$:

Le triangle HAB est **rectangle** en H : $\cos \widehat{HAB} = \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{5}{8}$

$\widehat{HAB} = \cos^{-1}\left(\dfrac{5}{8}\right) \simeq 51,3°$

b. Calcul de l'angle $\widehat{HBA}$:

La somme des angles du triangle HAB vaut 180° donc

$\widehat{HBA} = 180 - \widehat{HAB} - \widehat{AHB} = 180 - 51,3 - 90 = 48,7°$

c. Le triangle ABC est-il rectangle en A ?

La somme des angles du triangle ABC vaut 180° donc

$\widehat{BAC} = 180 - \widehat{ABC} - \widehat{ACB} = 180 - 48,7 - 51 = 90,3°$

→Le triangle ABC n'est pas rectangle.

2. Calculer de la longueur du segment [HB] :

Le triangle HAB est **rectangle** en H : $\cos \widehat{HBA} = \dfrac{HB}{AB}$

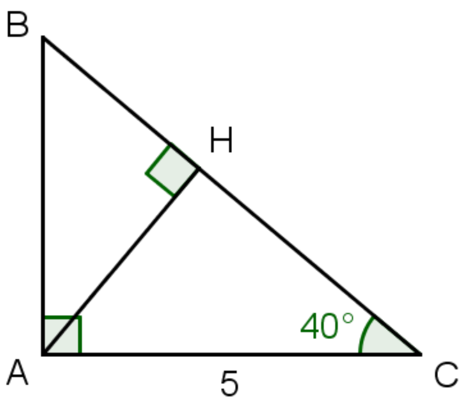
soit : $\cos 48,7 = \dfrac{HB}{8} \Leftrightarrow HB = 8 \times \cos(48,7) \simeq 5,3 \text{ cm}$

EXERCICE 2- d'après POLYNESIE 2000.

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

AC = 5 cm et l'angle $\widehat{ACB}$ = 40°.

1. Faire la figure en vraie grandeur.



2. Calcul de BC :

$\cos \widehat{ACB} = \dfrac{AC}{BC} \Leftrightarrow \cos 40 = \dfrac{5}{BC}$

$\Leftrightarrow BC \times \cos 40 = 5 \Leftrightarrow BC = \dfrac{5}{\cos 40} \simeq 6,5 \text{ cm}$

3. a. Tracer la hauteur issue de A : elle coupe [BC] en H.

b. On sait que le triangle HAC est rectangle en H

Or la somme des angles d'un triangle vaut 180°.

Donc : $\widehat{ACH} + \widehat{CAH} + \widehat{AHC} = 180°$

soit : $\widehat{CAH} = 180 - \widehat{AHC} - \widehat{ACH} = 50°$

c. Calcul de AH

Le triangle HAC est **rectangle** en H : $\cos \widehat{CAH} = \dfrac{AH}{AC}$

$\Leftrightarrow \cos 50 = \dfrac{AH}{5} \Leftrightarrow AH = 5 \times \cos 50 \simeq 3,2 \text{ cm}$

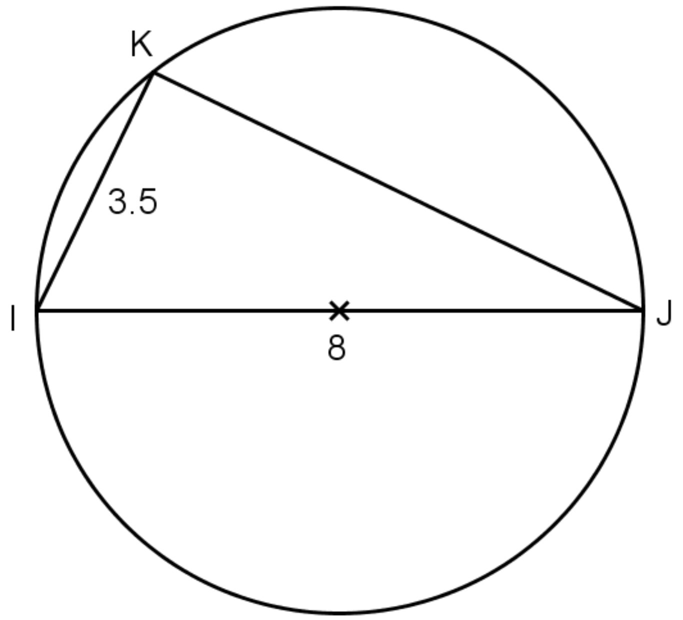
4. Calculer l'aire du triangle ABC.

EXERCICE 3 – d'après AMIENS 1999.

Soit [IJ] un segment de longueur 8 cm.

Sur le cercle (C) de diamètre [IJ], on considère un point K tel que IK = 3,5 cm.

1. Faire la figure.



2. On sait que les points I, J, K sont sur un cercle de diamètre [IJ].

Or si trois points sont sur un cercle et si deux de ces points sont les extrémités d'un diamètre, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle IJK est rectangle.

3. Le triangle IJK est rectangle en K donc d'après le théorème de Pythagore :

$IK^2 + JK^2 = IJ^2 \Leftrightarrow 3,5^2 + JK^2 = 8^2$

$\Leftrightarrow JK^2 = 8^2 - 3,5^2 = 51,75$

Donc $\Leftrightarrow JK = \sqrt{51,75} \simeq 7,2 \text{ cm}$

4. Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{KIJ}$

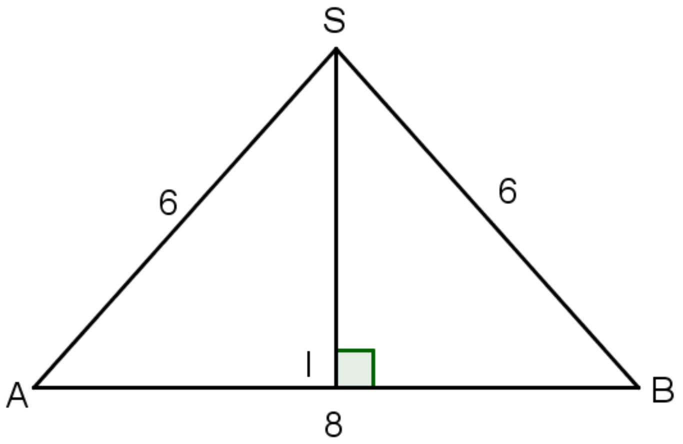
$\cos \widehat{KIJ} = \dfrac{IK}{IJ} = \dfrac{3,5}{8} = 0,4375$

Donc $\widehat{KIJ} = = \cos^{-1}\left(\dfrac{3,5}{8}\right) \simeq 64°$

EXERCICE 4 - d'après POLYNESIE 1999.

Un triangle isocèle SAB est tel que SA = SB = 6 et AB = 8.

1. Construire ce triangle à l'échelle $\frac{1}{100}$.



2. Tracer la hauteur qui passe par le sommet S.

Cette hauteur coupe le côté [AB] au point I.

a. Expliquer pourquoi IA = 4.

Dans un triangle isocèle, les droites remarquables issues du sommet principal sont confondues, donc cette hauteur et aussi une médiane.

Donc I est le milieu de [AB] et IA = 4 cm

b. Le triangle IAS est rectangle en I :

$$\cos \widehat{IAS} = \frac{AI}{AS}$$

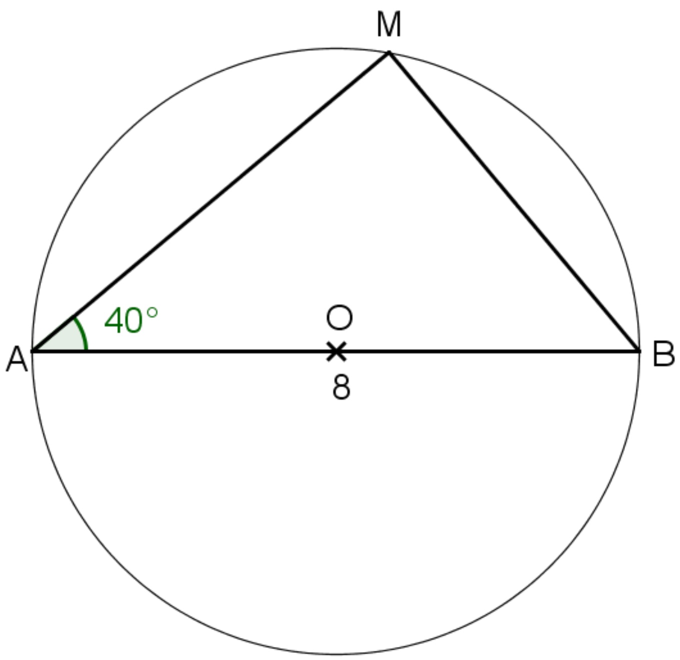
c. $\cos \widehat{IAS} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ donc $\widehat{IAS} = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \simeq 48°$

EXERCICE 5 - d'après LILLE 1999.

On appelle (C) le cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que : AB = 8 cm.

M est un point du cercle tel que : $\widehat{BAM} = 40°$.

1. Faire la figure en vraie grandeur.



2. On sait que les points B, A, M sont sur un cercle de diamètre [AB].

Or si trois points sont sur un cercle et si deux de ces points sont les extrémités d'un diamètre, le triangle formé par ces points est rectangle.

Donc le triangle ABM est rectangle.

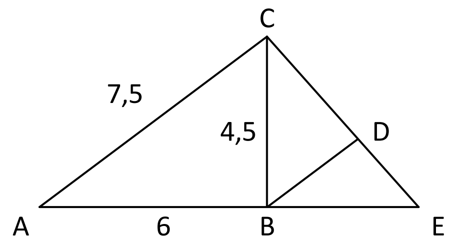
3. Calcule de la longueur AM : $\cos \widehat{BAM} = \frac{AM}{AB}$

Soit : $\cos 40 = \frac{AM}{8}$ d'où $AM = 8 \times \cos 40 \simeq 6{,}1 \text{ cm}$

EXERCICE 6 - d'après ASIE 2000.

On considère la figure ci-dessous :

On donne AB = 6 cm ; AC = 7,5 cm ; BC = 4,5 cm.



E est le point de [AB) tel que AE = 10 cm.

La parallèle à (AC) passant par B coupe (CE) en D.

1. Le plus grand côté est [AC] : $AC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$

$AB^2 + BC^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 56{,}25$

Ainsi $AC^2 = AB^2 + BC^2$

La réciproque du théorème de Pythagore s'applique, le triangle ABC est rectangle en B.

2. a. Calcul de CE : le triangle ABC étant rectangle, le triangle BCE est lui aussi rectangle avec BE = 4 cm.

D'après le **théorème de Pythagore :**

$CE^2 = BC^2 + BE^2 = 4{,}5^2 + 4^2 = 36{,}25$

$CE = \sqrt{36{,}25} \simeq 6 \text{ cm}$

b. Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{BCE}$:

$\cos \widehat{BCE} = \frac{BC}{CE} = \frac{4{,}5}{6}$

donc $\widehat{BCE} = \cos^{-1}\left(\frac{4{,}5}{6}\right) \simeq 41°$

3. Dans le triangle ACE,

on sait que : $B \in [AE]$, $D \in [AC]$ et $(AC) // (BD)$

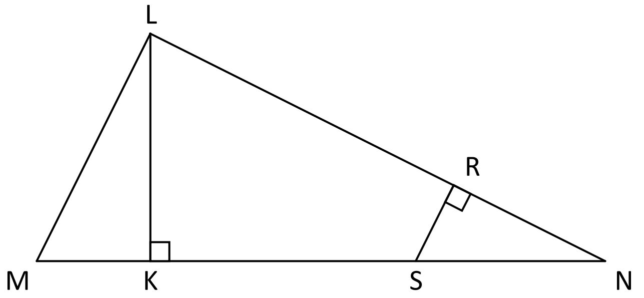
D'après le **théorème de Thalès** : $\frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EC} = \frac{BD}{AC}$

$\Leftrightarrow \frac{4}{10} = \frac{ED}{EC} = \frac{BD}{7{,}5}$ d'où : $10 \times BD = 4 \times 7{,}5 = 30$

Ainsi : $BD = \frac{30}{10} = 3 \text{ cm}$

EXERCICE 7 - d'après AMERIQUE DU NORD 2001.

On considère la figure ci-dessous :



On donne MN = 8 cm ; ML = 4,8 cm ; LN = 6,4 cm.

1. Démontrer que le triangle LMN est rectangle.

Le plus grand côté est [MN] : $MN^2 = 8^2 = 64$

$ML^2 + LN^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 64$

Ainsi $MN^2 = ML^2 + LN^2$

La réciproque du théorème de Pythagore s'applique, le triangle MLN est rectangle en L.

2. Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{LMN}$:

$$\cos \widehat{LMN} = \frac{LM}{MN} = \frac{4,8}{8}$$

donc $\widehat{LMN} = \cos^{-1}\left(\frac{4,8}{8}\right) \simeq 53°$

3. Soit K le pied de la hauteur issue de L. Le triangle KLM est rectangle en K.

La somme des angles de ce triangle vaut 180° donc

$$\widehat{KML} + \widehat{KLM} + \widehat{LKM} = 180°$$

Soit : $\widehat{KLM} = 180 - \widehat{LKM} - \widehat{KML} = 180 - 90 - 53 = 37°$

Ainsi $\cos \widehat{KLM} = \frac{KL}{ML}$ soit : $\cos 37 = \frac{KL}{4,8}$

D'où : $KL = 4,8 \times \cos 37 \simeq 3,83$ cm

4. Soit S le point de [MN] tel que NS = 2 cm.

La perpendiculaire à (LN) passant par S coupe [LN] en R.

a. Les droites (RS) et (LM) sont toutes deux perpendiculaires au segment [LN].

Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles entre elles.

Donc (RS) // (LM)

b. Dans le triangle LMN, on sait que :

$$S \in [MN],\ R \in [LN] \text{ et } (RS)//(LM)$$

D'après le **théorème de Thalès** : $\frac{NS}{NM} = \frac{NR}{NL} = \frac{SR}{ML}$

Soit : $\frac{2}{8} = \frac{NR}{NL} = \frac{SR}{4,8}$ d'où : $8 \times SR = 2 \times 4,8 = 9,6$

Ainsi : $SR = \frac{9,6}{8} = 1,2$ cm