4ème

**Jeudi 10 janvier 2013**

# Contrôle de Mathématiques – 55 minutes

*La notation sera également déterminée par la qualité et la clarté de votre travail.*

**Question de cours :**

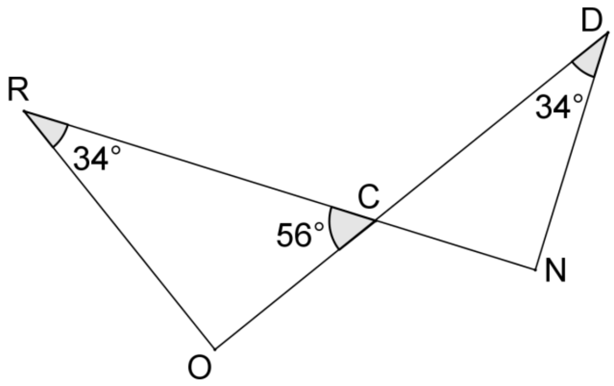
Citez le théorème du cercle circonscrit à un triangle rectangle.

**Exercice 1 :**

Soit EFG un triangle rectangle en F inscrit dans un cercle C.
Placer un point H sur le cercle C distinct des points E, F et G.

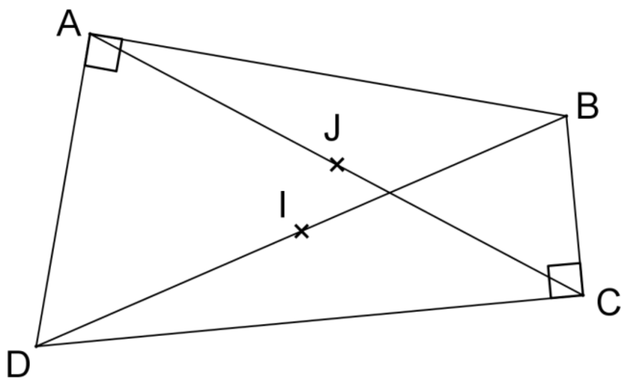
1) Justifier que [EG] est un diamètre du cercle C.
2) Démontrer que le triangle EHG est rectangle en H.

**Exercice 2 :**




1) Quelle est la nature des triangles ROC et DCN ?
2) Que peut-on dire des triangles ROD et RND ?
3) Quel est le centre du cercle passant par les sommets du triangle ROD ?
4) Tracer le quadrilatère ROND.
Montrer que ce quadrilatère ROND est inscrit dans un cercle dont on précisera le diamètre.

**Exercice 3 :**




Le quadrilatère ABCD ci-contre possède deux angles droits.
Le point I est le milieu de la diagonale [BD].
Le point J est le milieu de la diagonale [AC].

1) Comparer la longueur AI et la longueur BD. Justifier.
2) Que peut-on alors dire de IA et IC ?
3) Montrer que les 4 points A, B, C, D sont sur un même cercle.
4) Comparer JA et JC.
5) Justifier que la droite (IJ) est perpendiculaire à la droite (AC).

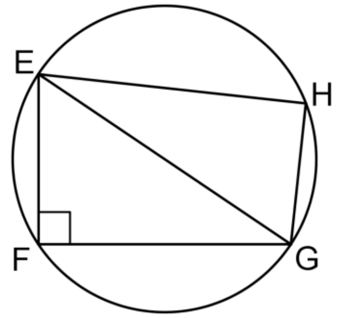
4ème

## Contrôle de Mathématiques – CORRIGE – M. QUET

**Question de cours :** Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit.

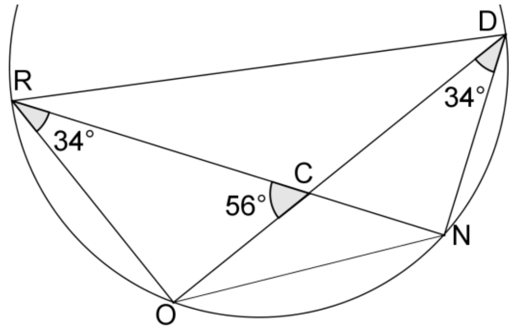
**Exercice 1 :** **Justification en 2 pas**

**1)** *Montrons que [EG] est un diamètre du cercle (C).*
**On sait que** le triangle EFG est rectangle en F.
**Propriété :** Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit, et l'hypoténuse est un diamètre du cercle.
**Donc** [EG] est un diamètre du cercle (C).




**2)** *Montrons que le triangle EGH est rectangle en H.*
**On sait que** les points E, G et H sont sur un cercle de diamètre [EG].
**Propriété :** Si 3 points sont sur un cercle, et si deux de ces points dorment un diamètre, ce triangle est rectangle.
**Donc** le triangle EGH est rectangle en H.

**Exercice 2 :**




**1)** On sait que $\widehat{ORC} = 34°$ et $\widehat{RCO} = 56°$
Propriété : La somme des angles d'un triangle vaut 180°.
Donc $\widehat{ORC} + \widehat{RCO} + \widehat{ROC} = 180°$
$34 + 56 + \widehat{ROC} = 180$
$90 + \widehat{ROC} = 180$
$\widehat{ROC} = 180 - 90 = 90°$
Le triangle ROC est rectangle en O

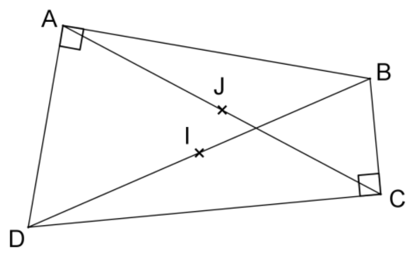
De même, en remarquant que les angles opposés étant égaux : $\widehat{DCN} = \widehat{RCO} = 56°$, le triangle DCN est rectangle en N.

**2)** $\widehat{ROD} = \widehat{ROC} = 90°$, donc le triangle ROD est rectangle en O.
$\widehat{DNC} = \widehat{DNR} = 90°$, donc le triangle DNR est rectangle en N.

**3)** **On sait que** le triangle ROD est rectangle en O.
**Propriété :** Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit, et l'hypoténuse est un diamètre du cercle.
**Donc** le triangle ROD est inscrit dans un cercle de diamètre [RD].
De même, le triangle RND est inscrit dans un cercle de diamètre [RD].
Ainsi, les 4 sommets du quadrilatère ROND sont inscrits sur le cercle de diamètre [RD].

**Exercice 3 :**

Le quadrilatère ABCD ci-contre possède deux angles droits.
I est le milieu [BD], J est le milieu [AC].




**1)** **On sait que** le triangle ABD est rectangle en A.
**Propriété :** Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit, et l'hypoténuse est un diamètre du cercle.
**Donc** le triangle ABD est inscrit dans un cercle de diamètre [BD].
De même, le triangle BCD est inscrit dans un cercle de diamètre [BD].

**2)** **On sait que** le triangle ABD est rectangle en A.
**Propriété :** Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
**Donc** $IA = \frac{BD}{2}$. De même, dans le triangle BCD rectangle en C : $IC = \frac{BD}{2}$. Ainsi : $\mathbf{IA = IC} = \frac{BD}{2}$.

**3)** J est le milieu [AC] donc JA = JC.

**4)** **On sait que** IA = IC et JA = JC.
**Propriété** : La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points à égale distance des extrémités de ce segment.
**Donc** I et J appartiennent à la médiatrice de [BD] et la droite (IJ) est la médiatrice de [BD].
**Or** la médiatrice d'un segment est perpendiculaire à ce segment.
**Donc** la droite (IJ) est perpendiculaire à la droite (AC).