ORDRE ET OPERATIONS

RAPPEL : ÉQUATIONS.

Une **équation** est une égalité de deux expressions littérales appelées les **membres** de l'équation.
Cette égalité est « presque toujours fausse », c'est à dire qu'en donnant des valeurs « au hasard » aux variables (les lettres des expressions) on trouvera presque toujours des valeurs différentes pour les deux membres.
Pour la **résoudre**, il faut trouver la valeur de l'**inconnue** qui rend l'égalité vraie.

Exemple : $5x-6=4+3x$

On regroupe les inconnues : $5x-6-3x=4+3x-3x$

$2x-6=4$

On regroupe les constantes : $2x-6+6=4+6$

$2x=10$

On « isoler » la variable x : $\dfrac{2x}{2}=\dfrac{10}{2}$

$x=5$ **La solution de l'équation est 5**

Preuve :

Si $x=5$, on a : $5x-6=5\times\mathbf{5}-6=25-6=\mathbf{19}$

$4+3x=4+3\times\mathbf{5}=4+15=\mathbf{19}$

I. INEGALITE, ENCADREMENT ET COMPARAISON.

Définition :
Une inégalité compare deux nombres à l'aide des symboles : $>$, $<$, $\geq$, $\leq$:
Soit a et b deux nombres relatifs :

$a<b$	$a>b$	$a\leq b$	$a\geq b$
a est **strictement inférieur** à b	a est **strictement supérieur** à b	a est **inférieur ou égal** à b	a est **supérieur ou égal** à b

Exemple :

$3<8$ est une inégalité : 3 est le membre de gauche, 8 est le membre de droite de l'inégalité.
$x>5$ désigne toutes les valeurs strictement supérieures à 5.
$x\leq -3$ désigne toutes les valeurs inférieures ou égales à –3.
→ x peut être égal à –3.

Définition :
Soit a un nombre relatif :

si x est strictement positif, on a : $x>0$
si x est strictement négatif, on a : $x<0$
si x est positif, on a : $x\geq 0$
si x est négatif, on a : $x\leq 0$

a. Encadrements (exemples) :

$3{,}5\leq x\leq 3{,}6$ signifie que x est compris entre 3,5 et 3,6 inclus.
3,5 et 3,6 sont les **bornes** de l'encadrement.
$3{,}6-3{,}5=0{,}1$: 0,1 est l'**amplitude** de l'encadrement.

b. Comparaison :

Comparer deux nombres revient à étudier le signe leur différence.

- → « $a-b>0$ » signifie que « $a>b$ »
- → « $a-b=0$ » signifie que « $a=b$ »
- → « $a-b<0$ » signifie que « $a<b$ »

Exemple : On veut comparer –2 et –5 :

$$(-5)-(-2)=-5+2=-3 \quad \text{donc} \quad -5<-2$$

Exemple **:** On veut comparer les nombres $5,45 \times 10^5$ et 654×10^3.

a) Soit on calcule (à la machine) : $5,45 \times 10^5 - 654 \times 10^3 = -109\,000$

$-109\,000 < 0$ donc le second terme est le plus grand : $5,45 \times 10^5 < 654 \times 10^3$

b) Soit on ramène les deux nombres **à la même puissance de 10** :

$5,45 \times 10^5 - 654 \times 10^3 = 545 \times \mathbf{10^3} - 654 \times \mathbf{10^3} = -109 \times 10^3 < 0$

II. Troncature et arrondi d'un nombre positif :

Définition :

Tronquer un nombre décimal à un rang donné revient à supprimer toutes les décimales au-delà du rang demandé.

Exemples **:**

La troncature à l'unité de 85,472 est **85** : on supprime les décimales.

La troncature au centième de 85,678 est **85,67** : on supprime le chiffre des millièmes.

Définition :

Arrondir un nombre décimal à un rang donné revient à trouver la valeur approchée la plus proche de ce nombre à la précision demandé.

Pour l'obtenir, on regarde le chiffre du rang suivant :

si ce chiffre est 0, 1, 2, 3 ou 4, l'arrondi est la valeur approchée par défaut, en valeur inférieure.

si ce chiffre est 5, 6, 7, 8 ou 9, l'arrondi est la valeur approchée par excès, en valeur supérieure.

Exemples :

L'arrondi au dixième de 85,4**3**2 est **85,4** car le chiffre des centièmes est 3.

en effet : $85,4 < 85,432 < 85,5$

$85,400 < 85,432 < 85,500$

L'arrondi au centième de 63,67**9** est **63,68** car le chiffre des millièmes est 9.

III. Ordre et operation.

Propriété :

Soit a, b, k trois nombres relatifs.

Les nombres « a + k » et « b + k » sont dans le même ordre que a et b :

Si a > b, alors a + k > b + k. **Si a > b, alors a – k > b – k**

Exemples **:**

$x > 3$

$x + 7 > 3 + 7$

$x + 7 > 10$

$x + 6 < -7$

$x + 6 - 6 < -7 - 6$

$x < -13$

Propriétés :

Si k est strictement positif (k > 0), les nombres « $a \times k$ » et « $b \times k$ » sont dans le même ordre que a et b :

Si a > b et k > 0, alors $a \times k > b \times k$ **: le symbole ne change pas.**

Si k est strictement négatif (k < 0), les nombres « $a \times k$ » et « $b \times k$ » sont dans l'ordre inverse de a et b :

Si a > b et k < 0, alors $a \times k < b \times k$: **le symbole s'inverse.**

Exemples **:**

$x > 3$

$2 \times x > 2 \times 3$

$2x > 6$

$-3x < 7$

$\frac{-3x}{-3} > \frac{7}{-3}$

$x > -\frac{7}{3}$