4ème La Providence

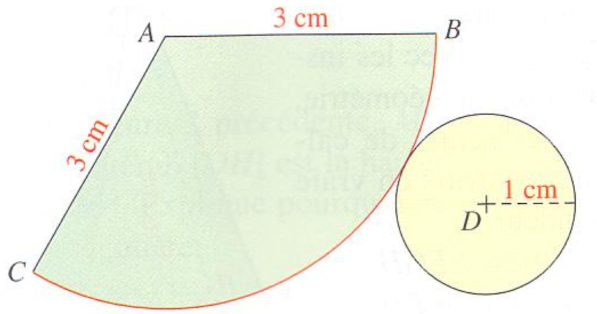
Contrôle de Mathématiques

Exercice 1 :

Une pyramide a une hauteur de 36 m. Son volume est de 156 m^3.
Quelle est l'aire du polygone de base ?

Exercice 2 :

Voici un patron d'un cône de révolution.



a. Quel est le sommet de ce cône ? Quel est le centre et le rayon de son disque de base ? Quelle est la longueur d'une génératrice ?

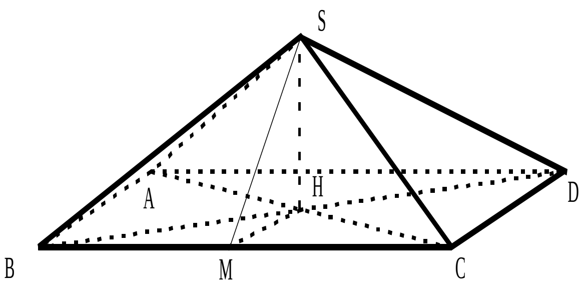
b. Calculer la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$: arrondir au centième.

c. Quelle est la longueur de la hauteur [AD] ?

d. Calculer le volume de ce cône de révolution.

e. Calculer l'angle $\widehat{BAC}$: On rappelle que la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$ est proportionnelle à l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport au périmètre du disque complet de rayon 3 cm.

Exercice 3 :



SABCD est une pyramide régulière (donc les arêtes [SA], [SB], [SC] et [SD] ont la même longueur)
Sa base est le carré ABCD de côté 6 cm. H est le point d'intersection des diagonales [AC] et [BD].
[SH] est la hauteur de cette pyramide et $\mathrm{SH} = 1{,}6$ cm.
M est le milieu du segment [BC].

1) Calculer le volume de cette pyramide.

2) Pour dessiner le développement de la pyramide SABCD :

a) Au centre d'une feuille, dessiner le carré ABCD, placer les points M et H.

b) En étudiant le triangle BHC, expliquer pourquoi $\mathrm{MH} = 3$ cm.

c) Dire pourquoi SHM est un triangle rectangle. Dessiner le triangle SHM
Quelle est la nature de la face SBC ?
Sur le développement commencé en a), dessiner la face SBC et les autres faces de la pyramide SABCD.

3) Dans le triangle SHM, calculer SM.
Calculer l'aire du triangle SMC, puis celle du triangle SBC.

4ème

CORRIGE – M. QUET

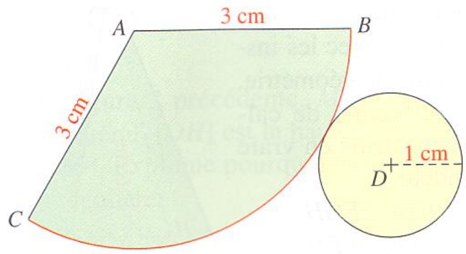
Exercice 1 : *Une pyramide a une hauteur de 36 m. Son volume est de 156 m³.*
Quelle est l'aire du polygone de base ?

Le volume d'une pyramide est donné par la formule : $\text{Volume} = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

Soit : $156 = \dfrac{\text{aire de la base} \times 36}{3}$ Ainsi : $156 = \text{aire de la base} \times \dfrac{36}{3}$

Soit : $156 = \text{aire de la base} \times 12$ L'aire du polygone de base est : $\text{aire de la base} = \dfrac{156}{12} = 13\ m^2$

Exercice 2 : Voici un patron d'un cône de révolution :



f. Le sommet de ce cône est A. Le centre du disque de base est D et le rayon de son disque de base $[DB]$ mesure 1 cm.
Les génératrices $[AB]$ et $[AC]$ mesurent 3 cm.

g. La longueur de l'arc de cercle BC est égale au périmètre du disque de base, donc : $BC = 2 \times [\text{DB}] \times \pi = 2 \times 1 \times \pi \simeq 6,28$ cm

h. La hauteur [AD] est perpendiculaire à la base donc le triangle ABD est rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore : $\text{AB}^2 = \text{AD}^2 + \text{DB}^2$, soit : $3^2 = \text{AD}^2 + 1^2$
On obtient : $9 = \text{AD}^2 + 1$, soit : $\text{AD}^2 = 8$. Ainsi La hauteur [AD] mesure : $\text{AD} = \sqrt{8} \simeq 2,83$ cm

i. Le volume de ce cône de révolution est donné par : $\text{Vol} = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$, soit :

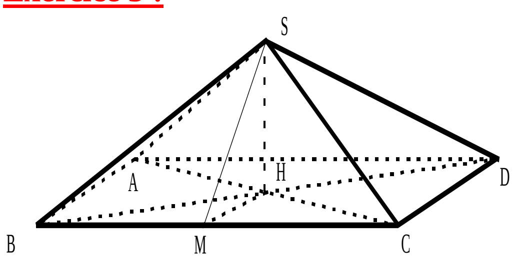
$$V = \frac{\pi \times 1^2 \times \sqrt{8}}{3} \simeq 2,96\ \text{cm}^3$$

j. La longueur de l'arc de cercle BC est donnée par : $BC = \text{périmètre} \times \dfrac{BAC}{360}$ avec $BC = 2 \times \pi$

Soit : $2 \times \pi = 2 \times 3 \times \pi \times \dfrac{BAC}{360}$, donc : $2 \times \pi = 6 \times \pi \times \dfrac{BAC}{360}$ → on simplifie par π : $2 = 6 \times \dfrac{BAC}{360}$

Ainsi : $2 = \dfrac{6 \times BAC}{360}$ soit : $2 = \dfrac{6 \times BAC}{6 \times 60}$, d'où : $2 = \dfrac{BAC}{60}$ → on obtient : $BAC = 2 \times 60 = 120°$

Exercice 3 :



SABCD est une pyramide régulière (donc les arêtes [SA], [SB], [SC] et [SD] ont la même longueur)
Sa base est le carré ABCD de côté 6 cm. H est le point d'intersection des diagonales [AC] et [BD].
[SH] est la hauteur de cette pyramide et $SH = 1,6\,cm$.
M est le milieu du segment [BC].

1) Le volume de la pyramide est donné par :

$$\text{Vol} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{[AB] \times [BC] \times [SH]}{3} = \frac{6 \times 6 \times 1,6}{3} = \frac{2 \times 3 \times 6 \times 1,6}{3} = 2 \times 6 \times 1,6 = 19,3\ \text{cm}^3$$

2) a) Dessiner le carré ABCD, placer les points M et H.
b) **On sait que** ABCD est un carré de côté 6 cm.
Or les diagonales d'un carré sont perpendiculaires et de même longueur.
Donc le triangle BHC est isocèle et rectangle en H.

On sait que le triangle BHC est rectangle en H.
Or dans un triangle rectangle le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit au triangle.
Donc $\text{MH} = \text{MB} = \text{MC} = \dfrac{6}{2} = 3$ cm.

c) SABCD est une pyramide régulière donc le sommet S est à la verticale du point d'intersection des diagonales de la base carrée et le triangle SHM est rectangle en H. Dessiner le triangle SHM.
Les faces latérales de la pyramide régulière sont toutes des triangles isocèles donc le triangle SBC est isocèle en S.
Dessiner la face SBC et les autres faces de la pyramide SABCD.

3) Le triangle SHM est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore : $SM^2 = SH^2 + HM^2$
Soit : $SM^2 = 1,6^2 + 3^2 = 2,56 + 9 = 11,56$ → Ainsi : $SM = \sqrt{11,56} \simeq 3,5$ cm.
Calculer l'aire du triangle SMC, puis celle du triangle SBC.